

得分	评卷人

一、单项选择题 (5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

1. 下列级数中收敛的是 ()

A、 $\sum_{n=1}^{\infty} \sin n$ B、 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln(1+n)}$ C、 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n \sqrt{n}}$, D、 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2^n} - \frac{1}{\sqrt{n}} \right)$

2. 设 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 在 $x=1$ 处收敛, 则 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{n+1} (x-1)^n$ 在 $x=0$ 处 ()

A、绝对收敛 B、条件收敛 C、发散 D、收敛性与 a_n 有关

3. 下列级数中绝对收敛的是 ().

A. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin \sqrt{n}}{n^{\frac{3}{2}}}$ B. $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{\ln n}$ C. $\sum_{n=1}^{\infty} \cos n$ D. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n^n}{n!}$

4. 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (x-1)^n$ 在 $x=-1$ 处条件收敛, 则级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ 在 $x=3$ 处 ().

A. 条件收敛 B. 绝对收敛 C. 发散 D. 收敛性不能确定

得分	评卷人

二、填空题 (5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

6. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{3n^2+2} (x-1)^n$ 的收敛域为.

7. 设 $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \infty, u_n \neq 0$, 则级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left[\frac{1}{u_n} + \frac{1}{u_{n+1}} \right]$ 之和等于

8. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^{n-1}}{\sqrt{n}}$ 的收敛域为_____.

9. 常数项级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3^n n!}$ 的和为_____.

10. 设 $a_n > 0, p > 2$, 且 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[a_n n^p \ln \left(1 + \frac{1}{n^2} \right) \right] = 2023$. 若 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 收敛, 则 p 的取值范围是_____.

11. 判断级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \sin \frac{1}{\sqrt{n}}$ 的敛散性. 若收敛, 则说明是绝对收敛还是条件收敛.

12. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{5^n \sqrt{n}} x^{2n-1}$ 的收敛域.

13. 将函数 $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4x + 3}$ 展开成 x 的幂级数并指出其收敛域.

14. 设正项数列 $\{a_n\}$ 单调递减, 且交错级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} a_n$ 发散. 判断正项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{1+a_n}\right)^n$ 的敛散性.

15. 判断级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n!}{2^{n^2}}$ 的敛散性. 若收敛, 则说明是绝对收敛还是条件收敛.

16. 求级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-2)^{2n+1}}{2n+1}$ 的收敛域.

13. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n+2}}{n(n+2)}$ 在 $(-1, 1)$ 上的和函数.

14. 试将函数 $y = \arctan x^2$ 展开为 x 的幂级数, 并指出收敛域.